

# Incomplétude et intermédiation en macroéconomie financière avec risque collectif et actifs réels

Pierre-Marie Larnac  
Université Paris-Dauphine (LEDa)  
15 Février 2013

**Résumé :** aux difficultés que présente la modélisation d'une économie vraiment financière, c'est-à-dire comportant à la fois

- plusieurs biens par états de la Nature ;
- des possibilités techniques de production ;
- un système incomplet de marchés,

l'adoption d'un point de vue macroéconomique ajoute une modalité nouvelle du problème de l'agrégation : celle des équations d'Euler individuelles. De plus, le fait que le financement soit intermédié présuppose une hétérogénéité irréductible des clients de l'intermédiaire. Cet article a pour objectif la construction du plus simple des modèles à plusieurs individus représentatifs illustrant le cumul de ces difficultés : même en limitant à son minimum l'hétérogénéité des individus, le tracé effectif d'une courbe IS cesse d'être une affaire simple.

## 1 Introduction

Née d'une crise financière, la théorie macroéconomique formalisée élémentaire, familièrement nommée "IS-LM", a le grand mérite, malgré son extrême dépouillement, de laisser place à des considérations financières. Dûment perfectionnée, elle a naturellement vocation à contribuer à la compréhension de la récente crise issue du fonctionnement d'un système financier *intermédié* ; c'est pourquoi le panorama de "L'intermédiation financière dans l'analyse macroéconomique" est un point fort de la lourde synthèse "officielle" récemment produite par l'INSEE ([3]).

L'intermédiation, inséparable de l'incomplétude des marchés ([1]) interdit cependant de pratiquer une "micréconomie à un seul individu" (représentatif) à cause des difficultés d'agrégation des "équations d'Euler" des individus clients des intermédiaires : même si ces individus ont des préférences identiques, ils ont en général des comportements financiers très différents. La démarche consistant à regrouper les individus par "types" auxquels sont respectivement associés des individus représentatifs différant essentiellement par leurs profils de dotations est devenue habituelle dans la formalisation des mécanismes de la crise financière de 2007-2009. Ce papier a pour objectif d'illustrer l'intérêt et les difficultés de cette pratique dès la mise en chantier de modélisations macroéconomiques de base qui échappent cependant aux critiques ([2]) adressées au célèbre modèle avec *arbre de Lucas*.

Le souci d'explicitation des écritures d'équations macroéconomiques dans un cadre d'économie financière, exige les hypothèses de log-linéarité, en matière de préférences individuelles comme en matière de production.

## 2 Cadre général de la modélisation loglinéaire

La formalisation la plus simple d'une économie financière en statique comporte :

- deux *dates* respectivement repérées par les valeurs 0 et 1 de l'indice  $t$  ;
- un nombre  $K$  supérieur ou égal à 2 d'*états de la Nature* à la date 1 ; ils sont repérés par les valeurs  $1, \dots, K$  de l'indice  $k$ ; mais il sera commode d'introduire l'indice  $k^*$  pouvant prendre les valeurs  $0, 1, \dots, K$  ; les états sont donc notés  $s_k$  ou  $s_{k^*}$  ;
- un nombre  $L$  supérieur ou égal à 2 de *biens non stockables* respectivement repérés par les valeurs  $1, \dots, L$  de l'indice  $l$ . Un de ces biens sera systématiquement pris comme *numéraire* ;
- $N$  *individus* repérés par les valeurs  $1, \dots, N$  de l'indice  $i$ .

Il n'est pas restrictif de donner aux indices  $k$  (états) et  $l$  (biens) des nombres réduits de valeurs (deux pour les biens), ce qui allège grandement les écritures ; la généralisation des écritures aux cas  $k \in \{1, \dots, K\}$  et  $l \in \{1, \dots, L\}$  est immédiate, au prix de l'usage de symboles  $\sum_k \sum_l$  ou  $\prod_k \prod_l$ .

Nous raisonnerons le plus souvent dans le cas de *deux biens* non stockables respectivement repérés par les valeurs  $x$  et  $y$  de l'indice  $l$ . Le bien  $x$  étant systématiquement pris comme *numéraire*.

### 2.1 Préférences individuelles

Les *préférences* de l'individu  $i$  sont représentées par la *fonction d'utilité* "intertemporellement séparable"

$$\mathcal{U}_i() = \text{Log} \{ [c_i^x(s_0)]^{\mu_{i0x}} \cdot [c_i^y(s_0)]^{\mu_{i0y}} \} + \beta_i \cdot \sum_k \pi_i(s_k) \cdot \text{Log} \{ [c_i^x(s_k)]^{\mu_{i1x}} \cdot [c_i^y(s_k)]^{\mu_{i1y}} \},$$

où sont supposés positifs

- les "paramètres de goût"  $\mu_{itl}$  pour  $t \in \{0, 1\}$  et  $l \in \{x, y\}$ , avec

$$\mu_{i0x} + \mu_{i0y} = 1, \mu_{i1x} + \mu_{i1y} = 1 ;$$

- le *coefficient d'actualisation* "subjectif"  $\beta_i < 1$  ;
- les *croyances* (probabilités subjectives)  $\pi_i(s_k)$  pour  $k \in \{1, \dots, K\}$  avec naturellement  $\sum_k \pi_i(s_k) = 1$ . Ces croyances sont les seuls paramètres de la fonction d'utilité dont les valeurs peuvent dépendre des états.futurs.

Dans certains cas, il sera commode d'adopter, comme représentation, *strictement équivalente*, des préférences de l'individu  $i$ , la fonction d'utilité

$$\mathcal{U}_i^*() = \prod_{k^*} \prod_l [c_i^l(s_{k^*})]^{\mu_{ik^*l}^*}$$

avec  $\mu_{iol}^* = \frac{\mu_{iol}}{1 + \beta_i}$ ,  $\mu_{ikl}^* = \frac{\beta_i \cdot \pi_i(s_k)}{1 + \beta_i} \cdot \mu_{ikl} \forall k$  et donc  $\sum_{k^*} \sum_l \mu_{ik^*l}^* = 1$ .

Cette stricte équivalence consiste simplement dans le fait que  $\mathcal{U}_i() = \text{Log} \{ [\mathcal{U}_i^*()]^{1+\beta_i} \}$

Les *dotations* en biens conditionnels de l'individu  $i$  sont notées  $\omega_i^l(s_{k^*})$  pour  $i \in \{1, \dots, N\}$ ,  $k^* \in \{0, 1, \dots, K\}$  et  $l \in \{x, y\}$ .

## 2.2 Types d'individus

Le raisonnement macroéconomique présuppose que le fonctionnement de l'économie peut être décrit par des équations de comportement où figurent des *agrégats*, eux-mêmes obtenus par sommation sur des variables individuelles. Le cas le plus simple est celui où l'on peut définir un individu représentatif unique pour l'ensemble de l'économie ; dans notre modélisation, il se présente en particulier si, à la fois,

- tous les individus ont les mêmes préférences, ce qui se traduit par la suppression des indices  $i$  des paramètres  $\mu_{itl}$ ,  $\beta_i$  et  $\pi_i(s_k)$  ;
- le système des marchés est *complet*.

Dans ces conditions, tout se passe comme si l'économie n'était peuplée que d'un individu unique, dont les préférences sont identiques aux précédentes, auquel sont attribuées les dotations  $\Omega^l(s_{k^*}) = \sum_i \omega_i^l(s_{k^*})$  et dont les consommations à l'équilibre, par exemple, sont  $C^l(s_{k^*}) = \sum_i c_i^l(s_{k^*})$ .

Pour ce qui concerne les équilibres walrasiens sur les *marchés de biens conditionnels*, on passe des fonctions d'offre et de demande individuelles aux fonctions d'offre et de demandes agrégées par de simples sommations.

Ces autres conditions d'équilibre individuel que sont les *équations d'Euler* ne posent aucun problème car, comme nous le verrons au § 4, elles se réduisent aux demandes individuelles de *numéraire* conditionnel.

- Tout autre est le problème quand, à la fois,
- tous les individus ont les mêmes préférences ;
  - le système des marchés est *incomplet*.

L'agrégation des *équations d'Euler* ne peut alors se faire que par "multiplication" ou "homothétie" à partir des comportements d'individus "extrêmement homogènes", c'est-à-dire qui non seulement ont des préférences identiques mais aussi ont les même dotations, c'est-à-dire que

$$\omega_i^l(s_{k^*}) = \omega^l(s_{k^*}) \quad \forall i \quad \forall l \quad \forall k^* ,$$

Dans ce dernier cas, existe un individu parfaitement représentatif qui n'est qu'un "agrandissement" d'un des individus de base et dont les conditions d'équilibre (y compris les équations d'Euler) s'obtiennent immédiatement en multipliant les valeurs d'équilibre des quantités individuelles par le nombre total  $N$  des individus.

Les critères d'extrême homogénéité permettent de définir différents "types" d'individu : les individus du type  $\tau$ , dont le nombre total est  $N_\tau$ , avec  $\tau = 1, \dots, T$ , sont "extrêmement" homogènes et leurs dotations individuelles, identiques, sont égales à  $\omega_\tau^l(s_{k^*})$  pour  $k^* \in \{0, 1, \dots, K\}$  et  $l \in \{1, \dots, L\}$ .

Pour analyser l'intermédiation financière, nous nous limiterons au cas où existent simultanément *deux types*, respectivement repérés par les valeurs  $d$  et  $f$  de  $\tau$ , d'individus ayant *tous les mêmes préférences* :

- les individus (de type)  $d$ , en nombre  $N_d$ , ont des "capacités de financement"  
;
- les individus (de type)  $f$ , en nombre  $N_f$ , ont des "besoins de financement"  
;
ce qui se traduit par les distributions de dotations individuelles suivantes (avec des quantités évidemment positives ou nulles) :

$k^*$	0	1	...	$k$	...	$K$
$\omega_d^x(s_{k^*})$	$\omega_d^x(0)$	0	...	0	...	0
$\omega_d^y(s_{k^*})$	$\omega_d^y(0)$	0	...	0	...	0
$\omega_f^x(s_{k^*})$	0	$\omega_f^x(1)$	...	$\omega_f^x(1)$	...	$\omega_f^x(1)$
$\omega_f^y(s_{k^*})$	0	$\omega_f^y(1)$	...	$\omega_f^y(1)$	...	$\omega_f^y(1)$

Les  $N_d + N_f$  individus peuplant l'économie ont des *préférences identiques*.

C'est à l'ensemble des individus d'un type  $\tau$  donné que nous associerons un individu représentatif avec, en particulier, son équation d'Euler. L'économie se retrouve dotée de *deux individus représentatifs* auxquels sont associées les dotations agrégées  $\Omega_\tau^l(t)$  définies par

$$\Omega_\tau^l(t) = N_\tau \cdot \omega_\tau^l(t), \text{ pour } \tau \in \{d, f\}, l \in \{x, y\}, t \in \{0, 1\}$$

Finalement une valeur de l'indice  $\tau$  désignera indifféremment un type d'individu, un individu de ce type ( $\tau$  est substitué à  $i$  dans les écritures) ou l'individu représentatif des individus de ce même type.

### 2.3 Possibilités techniques de production

Nous supposons que les *possibilités de production* se réduisent à un processus à *rendements aléatoires constants* permettant la transformation d'une quantité  $I^x(s_0)$  de bien  $x$  disponible à la date 0 en bien  $x$  disponible en l'un et l'autre des états futurs. Ce processus est entièrement décrit par ses rendements  $R^x(s_k)$  ; il peut être librement mis en œuvre par tout individu, auquel il permet, en l'absence de toute transaction financière, les modifications suivantes des quantités de  $x$  disponibles pour la consommation dans les différents états datés

$$\begin{array}{ccc} & & \omega_i^x(s_1) + I_i^x(s_0) \cdot R^x(s_1) \\ & \nearrow & \vdots \\ \omega_i^x(s_0) - I_i^x(s_0) & \rightarrow & \omega_i^x(s_k) + I_i^x(s_0) \cdot R^x(s_k) \quad . \\ & \searrow & \vdots \\ & & \omega_i^x(s_K) + I_i^x(s_0) \cdot R^x(s_K) \end{array}$$

Une hypothèse strictement équivalente consiste à dire que le bien  $x$  est *stockable* et que les rendements  $R^x(s_k)$  sont ceux de l'activité de stockage.

### 2.4 L'intermédiation financière

La structure financière de notre économie est réduite à un *intermédiaire financier* désincarné et transparent qui

- emprunte en numéraire  $x$ , aux individus  $d$ , au rendement certain  $R_0^x$  *exogène* ; nous noterons  $b_d^x$  le montant de l'emprunt ainsi consenti à l'intermédiaire par un individu  $d$  ;

- prête en numéraire  $x$ , aux individus  $f$ , au rendement certain  $R_0^x$  *exogène* ; nous noterons  $b_f^x$  le montant du prêt ainsi obtenu par un individu  $f$  auprès de l'intermédiaire financier.

L'équilibre comptable de l'intermédiaire implique  $N_d.b_d^x = N_f.b_f^x$ .

### 3 L'équilibre général

Les équilibres simultanés des individus représentatifs  $d$  et  $f$  sont "couplés" à la fois

- par la valeur du rendement  $R_0^x$ , à la fois offert aux individus à capacité de financement et demandé aux individus à besoin de financement ;

- par le montant commun  $B = N_d.b_d^x = N_f.b_f^x$ .

Le bien  $x$  étant pris comme *numéraire*, on note  $p^y(s_{k*})$  les prix de  $y$ , au comptant, walrasiens, observés à la date 0 ou *rationnellement anticipés* quand ils se fixent sur les marchés futurs au comptant.

Les conditions d'équilibre de l'individu  $i$ , exprimant la maximisation de sa fonction d'utilité sous ses  $K + 1$  contraintes budgétaires sont

- d'une part, ses *demandes individuelles* de biens sur les marchés au comptant présents et futurs ;

- d'autre part, ses *équation d'Euler*.

#### 3.1 Équilibres sur les marchés au comptant de biens

Écrivons les contraintes budgétaires et les demandes agrégées de *numéraire* au comptant des deux individus *représentatifs* en notant  $I^x(s_0)$  le montant total d'investissement productif (réalisé par  $f$ ) :

$$C_f^x(s_0) + p^y(s_0).C_f^y(s_0) = W_f(s_0) = B$$

$$C_d^x(s_0) + p^y(s_0).C_d^y(s_0) = W_d(s_0) = \Omega_d^x(0) + p^y(s_0).\Omega_d^y(s_0) - B - I^x(s_0)$$

$$C_f^x(s_0) = \mu_{0x}.W_f(s_0) \text{ et } C_d^x(s_0) = \mu_{0x}.W_d(s_0)$$

$$C_f^x(s_0) + C_d^x(s_0) = \Omega_d^x(0) - I^x(s_0)$$

$$\text{ou } \mu_{0x} \cdot [W_f(s_0) + W_d(s_0)] = \Omega_d^x(0) - I^x(s_0)$$

$$C_f^x(s_k) + p^y(s_k).C_f^y(s_k) = W_f(s_k) = \Omega_f^x(1) + p^y(s_k).\Omega_f^y(1) - B.R_0^x \quad \forall k,$$

$$C_d^x(s_k) + p^y(s_k).C_d^y(s_k) = W_d(s_k) = B.R_0^x + I^x(s_0).R^x(s_k) \quad \forall k.$$

$$C_f^x(s_k) = \mu_{1x}.W_f(s_k) \text{ et } C_d^x(s_k) = \mu_{1x}.W_d(s_k) \quad \forall k$$

$$C_f^x(s_k) + C_d^x(s_k) = \Omega_d^x(s_k) + I^x(s_0).R^x(s_k) \quad \forall k$$

$$\text{ou } \mu_{1x} \cdot [W_f(s_k) + W_d(s_k)] = \Omega_d^x(s_k) + I^x(s_0).R^x(s_k) \quad \forall k$$

L'équilibre entre demande et offre agrégées sur chaque marché de *numéraire* (bien  $x$ ) conditionnel s'écrit

- en  $s_0$

$$\mu_{0x} \cdot [W_f(s_0) + W_d(s_0)] = \Omega_d^x(0) - I^x(s_0)$$

d'où l'on tire

$$p^y(s_0) = \frac{1 - \mu_{0x}}{\mu_{0x}} \cdot \frac{[\Omega_d^x(0) - I^x(s_0)]}{\Omega_d^y(s_0)} ..$$

- en  $s_k$

$$\mu_{1x} \cdot [W_f(s_k) + W_d(s_k)] = \Omega_f^x(1) + I^x(s_0) \cdot R^x(s_k)$$

d'où l'on tire

$$p^y(s_k) = \frac{1 - \mu_{1x}}{\mu_{1x}} \cdot \frac{[\Omega_f^x(1) + I^x(s_0) \cdot R^x(s_k)]}{\Omega_f^y(1)}.$$

Les formalisations qui précèdent reposent sur une hypothèse qui n'a pas encore été explicitée : l'activité de production ne peut pas être pratiquée par les individus de type  $f$ , qui ne dépendent à la date 0 que du numéraire emprunté. Cette hypothèse, que nous conservons dans la suite est commode, en particulier pour l'écriture des équations d'Euler, et en réalité, peu restrictive.

### 3. 2 Équations d'Euler

Elles s'écrivent immédiatement, avec des quantités individuelles,

- pour un individu de type  $f$  :

$$\frac{\mu_{0x}}{c_f^x(s_0)} = \beta \cdot \mu_{1x} \cdot R_0^x \cdot \sum_k \frac{\pi(s_k)}{c_f^x(s_k)} \text{ ou } \frac{1}{w_f(s_0)} = \beta \cdot R_0^x \cdot \sum_k \frac{\pi(s_k)}{w_f(s_k)} ;$$

- pour un individu de type  $d$  :

$$\frac{\mu_{0x}}{c_d^x(s_0)} = \beta \cdot \mu_{1x} \cdot R_0^x \cdot \sum_k \frac{\pi(s_k)}{c_d^x(s_k)} \text{ ou } \frac{1}{w_d(s_0)} = \beta \cdot R_0^x \cdot \sum_k \frac{\pi(s_k)}{w_d(s_k)}$$

et

$$\frac{\mu_{0x}}{c_d^x(s_0)} = \beta \cdot \mu_{1x} \cdot \sum_k \frac{\pi(s_k) \cdot R^x(s_k)}{c_d^x(s_k)} \text{ ou } \frac{1}{w_d(s_0)} = \beta \cdot \sum_k \frac{\pi(s_k) \cdot R(s_k)}{w_d(s_k)} ;$$

et, le fait que les individus de chaque type soient *extrêmement homogènes* permet de les agréger, c'est-à-dire de les réécrire en y remplaçant les quantités individuelles par des agrégats  $C_\tau^x(s_{k^*})$  et  $W_\tau(s_{k^*})$ .

### 4 Marchés complets et PEAPI

On dit que le système de marchés de l'économie est complet - on parle alors de "marchés complets" - si fonctionnent simultanément à la date 0 les marchés walrasiens de tous les biens conditionnels. Il est équivalent de dire qu'à la date 0 sont simultanément en équilibre tous les marchés walrasiens de "promesses élémentaires de livraison de numéraire conditionnel" (PELNC), les prix futurs au comptant des autres biens étant rationnellement anticipés. On note  $\bar{p}^x(s_{k^*})$  les prix d'équilibre de ces PELNC ; le choix du bien  $x$  comme numéraire se traduit par  $\bar{p}^x(s_0) = 1$  ; le paiement, à la date 0 du prix  $\bar{p}^x(s_k)$ , en numéraire de cette date, permet d'obtenir la livraison, à la date 1, d'une unité de  $x$  si et seulement si se réalise l'état  $s_k$ .

Le fait que l'équilibre général se trouve réalisé uniquement par des transactions qui sont toutes réglées simultanément à la date 0 se traduit, pour chaque individu, par le respect de l'*unique* contrainte budgétaire actualisée

$$\sum_{k^*} \sum_l \bar{p}^l(s_{k^*}) \cdot [\hat{c}_i^l(s_{k^*}) - \omega_i^l(s_{k^*})] + \hat{I}_i^x(s_0) - \sum_k \bar{p}^x(s_k) \cdot \hat{I}_i^x(s_0) \cdot R^x(s_k) = 0.$$

L'écriture des conditions de l'équilibre individuel est immédiate si l'on adopte, comme représentation, strictement équivalente, des préférences individuelles, la fonction d'utilité

$$\mathcal{U}_i^*(\cdot) = \prod_{k^*} \prod_l [\hat{c}_i^l(s_{k^*})]^{\mu_{k^*l}^*}$$

avec  $\mu_{0l}^* = \frac{\mu_{0l}}{1 + \beta}$ ,  $\mu_{kl}^* = \frac{\beta \cdot \pi(s_k)}{1 + \beta} \cdot \mu_{kl} \forall k$  et donc  $\sum_{k^*} \sum_l \mu_{k^*l}^* = 1$ .

Si l'on note  $\bar{w}_i$  le revenu actualisé de l'individu  $i$ , défini par

$$\bar{w}_i = \sum_{k^*} \sum_l \bar{p}^l(s_{k^*}) \cdot \omega_i^l(s_{k^*}) - \hat{I}_i^x(s_0) + \sum_k \bar{p}^x(s_k) \cdot \hat{I}_i^x(s_0) \cdot R^x(s_k),$$

celles des conditions de l'équilibre individuel qui sont des demandes individuelles de biens conditionnels s'écrivent immédiatement

$$\bar{p}^l(s_{k^*}) \cdot \hat{c}_i^l(s_{k^*}) = \mu_{k^*l}^* \cdot \bar{w}_i.$$

Il est important de remarquer qu'il n'existe pas d'autres conditions de l'équilibre individuel que ces fonctions de demande ; ce sont les fonctions individuelles de demande *de numéraire contingent* qui se combinent pour fournir immédiatement les équations d'Euler respectivement associées aux  $K$  actifs financiers que sont les PELNC :

$$\frac{\mu_{0x}^*}{\hat{c}_i^x(s_0)} = \frac{\mu_{kx}^*}{\hat{c}_i^x(s_k)} \cdot \frac{1}{\bar{p}^x(s_k)} \text{ c'est-à-dire } \frac{\mu_{0x}}{\hat{c}_i^x(s_0)} = \beta_i \cdot \pi(s_k) \cdot \frac{\mu_{1x}}{\hat{c}_i^x(s_k)} \cdot \frac{1}{\bar{p}^x(s_k)} \forall k.$$

Le fait que le bien  $x$  soit le numéraire implique  $\bar{p}^x(s_0) = 1$  et permet donc d'écrire

$$\bar{p}^x(s_k) \cdot \hat{c}_i^x(s_k) = \beta \cdot \pi(s_k) \cdot \frac{\mu_{1x}}{\mu_{0x}} \cdot \hat{c}_i^x(s_0) \forall k$$

Revenons à notre économie de départ, à deux types d'individus et dont le système de marché est incomplet. Considérons, à l'équilibre général de cette économie, les consommations de numéraire conditionnel de l'individu  $i$ , notées  $c_i^x(s_{k^*})$ , et définissons des prix notés  $\bar{p}_i^x(s_k)$  par la condition

$$\bar{p}_i^x(s_k) = \beta \cdot \pi(s_k) \cdot \frac{\mu_{i1x}}{\mu_{i0x}} \cdot \frac{c_i^x(s_0)}{c_i^x(s_k)} \forall k.$$

Étant donné l'individu  $i$ , on peut considérer ces prix, appelés "prix d'état actualisés personnels implicites ("PEAPI)", comme les prix actualisés du numéraire qui devraient se fixer sur un système de marchés *complets* pour que, confronté à eux, l'individu  $i$  prenne des décisions identiques à celles qu'il prend dans l'économie de départ.

Bien évidemment, c'est seulement à l'individu qui lui fournit son indice  $i$  qu'est associé un système de PAPI ; en principe des systèmes différents sont associés à des individus différents et c'est seulement si le système de marchés était complet au départ que le système des PEAPI est identique pour tous.

La commodité des PEAPI consiste en ce qu'ils permettent, pour chaque individu,

- d'écrire des équations d'Euler de  $i$  pour ces actifs particuliers que sont les PELNC ;

- toute espèce d'évaluation par arbitrage réalisée par l'individu  $i$ .

### 5 La courbes IS

Une manière naturelle de "boucler" le modèle à deux individus représentatifs que nous avons construit est d'exprimer que c'est au même rendement  $R_0^x$  que prête  $d$  et qu'emprunte  $f$ . Cette variable exogène est le paramètre dont dépend l'équilibre général et associer à chacune des valeurs qu'elle prend la valeur correspondante de l'agrégat  $I^x(s_0)$  revient à construire point par point la courbe IS de l'économie.

Malgré nos hypothèses simplificatrice extrêmes, les équations finales sont relativement lourdes mais la démarche qui y conduit reste lisible.

Le bouclage par une valeur de départ de  $R_0^x$  se traduit immédiatement par une condition sur les PEAPI des deux types d'individu :

$$\sum_k \bar{p}_d^x(s_k) = \frac{1}{R_0^x} = \sum_k \bar{p}_f^x(s_k).$$

Ces PEAPI ont pour expressions

$$\bar{p}_\tau^x(s_k) = \beta \cdot \pi(s_k) \cdot \frac{W_\tau(s_0)}{W_\tau(s_k)} \quad \forall k, \text{ pour } \tau = d \text{ et } \tau = f.$$

Les  $W_\tau(s_{k^*})$  sont définis par les relations comptables

$$\begin{aligned} W_d(s_0) &= \Omega_d^x(0) + p^y(s_0) \cdot \Omega_d^y(s_0) - B - I^x(s_0), \\ W_d(s_k) &= B \cdot R_0^x + I^x(s_0) \cdot R^x(s_k) \quad \forall k, \\ W_f(s_0) &= B, \\ W_f(s_k) &= \Omega_f^x(1) + p^y(s_k) \cdot \Omega_f^y(1) - B \cdot R_0^x \quad \forall k, \end{aligned}$$

$W_d(s_0)$  et les  $W_f(s_k)$  doivent être réécrits en tenant compte des conditions d'équilibre sur les marchés au comptant de biens

$$\begin{aligned} p^y(s_0) &= \frac{1 - \mu_{0x}}{\mu_{0x}} \cdot \frac{[\Omega_d^x(0) - I^x(s_0)]}{\Omega_d^y(s_0)}, \\ p^y(s_k) &= \frac{1 - \mu_{1x}}{\mu_{1x}} \cdot \frac{[\Omega_f^x(1) + I^x(s_0) \cdot R^x(s_k)]}{\Omega_f^y(1)} \quad \forall k, \end{aligned}$$

ce qui conduit à



$$W_d(s_0) = \frac{1}{\mu_{0x}} \cdot [\Omega_d^x(s_0) - I^x(s_0) - \mu_{0x} \cdot B],$$

$$W_f(s_k) = \frac{1}{\mu_{1x}} \cdot \left[ \Omega_f^x(1) + (1 - \mu_{1x}) \cdot I^x(s_0) \cdot R^x(s_k) - \mu_{1x} \cdot B \cdot R_0^x \right] \forall k.$$

Au terme de cette suite de substitutions, les deux équations initiales constituent un système, paramétré par  $R_0^x$ , dont l'une des inconnues est  $I^x(s_0)$ .

## 6 Conclusion

Davantage que la prise en compte d'une incomplétude, l'hypothèse de l'existence de plusieurs biens dans chaque état de la Nature caractérise la profonde différence entre les modélisations des "financiers" et celles des "économistes". La rituelle allusion à la distinction, sans grandes applications, entre "optimalité contrainte" et "sous-optimalité contrainte" ne peut qu'être approfondie par l'examen d'une sorte de *feedback*, ici réduit à l'essentiel, entre l'équilibre sur les marchés au comptant de biens et les équations d'Euler, elles-mêmes difficiles à agréger.

## Références

- [1] Buiter, W., "The infortunate uselessness of most 'state of the art' academic monetary economics". *Financial Times*, March 3 (2009).
- [2] CASS, D. et A. PAVLOVA, "On trees and logs", *Journal of Economic Theory* 116 (2004), 41-83.
- [3] INSEE. *Economie et Statistique* N° 451 – 453 (2012). "La modélisation macroéconomique. Continuités, tensions".